El mapa de Karnaugh es un método gráfico que se utiliza para simplificar una ecuación lógica para convertir una tabla de verdad a su circuito lógico correspondiente en un proceso simple y ordenado. Aunque un mapa de Karnaugh (que de aquí en adelante se abreviará como *mapa K)* se puede utilizar para resolver problemas con cualquier numero de variables de entrada, su utilidad practica se limita a seis variables. El siguiente análisis se limitara a problemas de hasta cuatro entradas , ya que los problemas con cinco y seis entradas son demasiado complicados y se resuelven mejor con un programa de computadora.

Formato del mapa de Kamaugh El mapa K, al igual que una tabla de verdad, es un medio para demostrar la relaci6n entre las entradas l6gicas y la salida que se busca. La figura +−11 da tres ejemplos de mapas K para dos, tres y cuatro variables, junto con las tablas de verdad correspondientes. Estos ejemplos ilustran varios puntos importantes:

1. La tabla de verdad da el valor de la salida *X* para cada combinaci6n de valores de entrada. El mapa K proporciona la misma informaci6n en un formato diferente. Cada caso en la tabla de verdad corresponde a un cuadrado en el mapa. Por ejemplo, en la figura 4−11 (a),

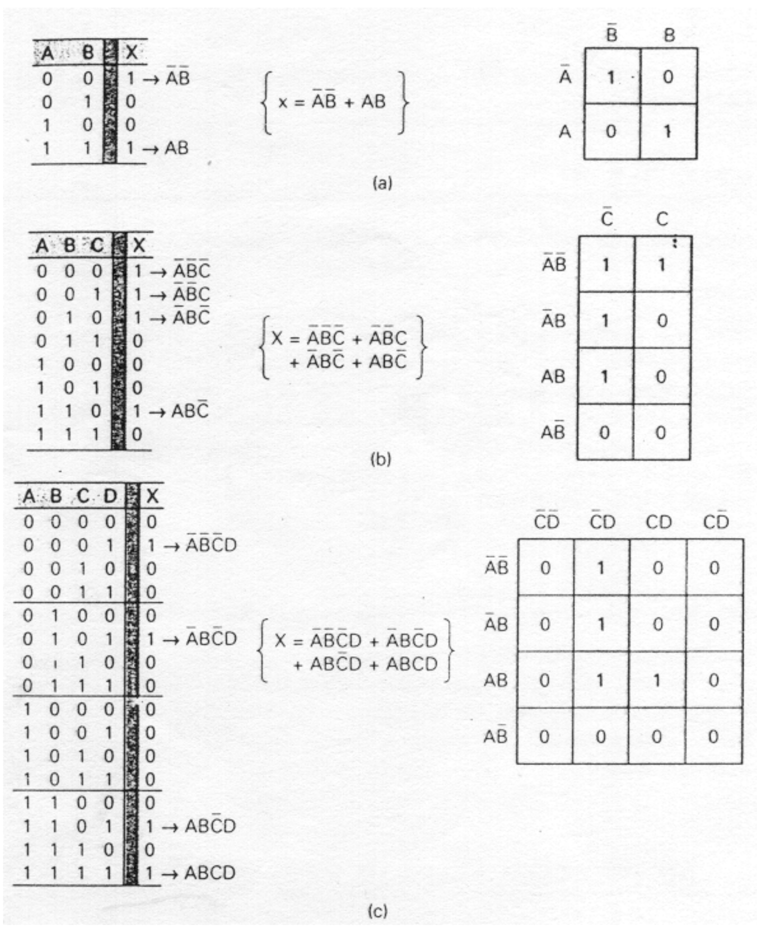


Figura 4−11 Mapas de Karnaugh y tablas de verdad para (a) dos, (b) tres y (c) cuatro variables.

la condicion $A = 0$, $B = 0$ en la tabla de verdad corresponde al cuadrado $A'\ B'$ en el mapa K. Ya que la tabla de verdad muestra $X = 1$ para este caso, se coloca un 1 en el cuadrado $A'B'$ en el mapa K. En forma similar, la condicion A = 1, $B = 1$ en la tabla de verdad corresponde al cuadrado *AB* del mapa K, ya que $X = 1$ para este caso, se coloca un 1 en el cuadrado *AS.* Los demás cuadrados se llenan con ceros. Esta misma idea se utiliza en los mapas de tres y cuatro variables que se muestran en la figura.

2. Los cuadrados del mapa *K* se marcan de modo que los cuadrados horizontalmente adyacentes so1o difieran en una variable. Por ejemplo, el cuadrado superior de la izquierda del mapa de cuatro variables es *A'B'C'D'* en tanto que el cuadrado que se encuentra a la derecha es *A'B'C'D* (solo la variable *D* es diferente). De la misma manera, los cuadrados verticalmente adyacentes difieren so1o en una variable. Por ejemplo, el cuadrado superior izquierdo es *A'B'C'D'* en tanto que el que se encuentra a la derecha es *A'BC'D'* (solo la variable B es diferente).

Note que cada cuadrado del renglon superior se considera adyacente al correspondiente cuadrado del renglon inferior .Por ejemplo, el cuadrado *A'B'CD* del renglon superior es adyacente al cuadrado *AB'CD* del rengl6n inferior porque so1o difieren en la variable *A.* Haga de cuenta que la parte superior del mapa se dobla hasta tocar la parte inferior. Asimismo, los cuadrados del extremo izquierdo de la columna son adyacentes a los del extremo derecho de la columna.

3. A fin de que los cuadrados que son adyacentes tanto vertical como horizontalmente difieran en una sola variable, el marcado de arriba hacia abajo debe hacerse en el orden indicado, −*A'B', A' B, AB, AB'.* Lo anterior también es válido para el marcado de izquierda a derecha:

4. Una vez que el mapa K se ha llenado con ceros y unos, la expresi6n de suma de productos para la salida *X* se puede obtener operando con OR aquellos que contienen un 1. En el mapa con tres variables de la figura 4−11(b), los cuadrados *A'B'C', A'BC', A BC'* y *ABC* contienen un 1, de modo que *X = A'B'C' + A'B'C + A'BC' + ABC'.*

Agrupamiento La expresión de salida *X* se puede simplificar adecuadamente combinando los cuadros en el mapa K que contengan 1. El proceso para combinar estos unos se denomina *agrupamiento.*

Agrupamiento de grupos de dos (pares) La figura 4−12(a) es el mapa K de una tabla de verdad con tres variables. Este mapa contiene un par de unos que son verticalmente adyacentes entre si; el primero representa *A'BC'* y, el segundo *ABC'.* Note que en estos dos términos sólo la variable *A* aparece en forma normal y complementada (B y C' permanecen sin cambio). Estos dos términos se pueden agrupar (combinar) para dar un resultante que elimine la variable *A,* ya que ésta aparece en forma normal y complementada. Esto se demuestra fácilmente como sigue:

$$\begin{aligned} X &= \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C} \\ &= B\overline{C}(\overline{A} + A) \\ &= B\overline{C}(1) = B\overline{C} \end{aligned}$$

Este mismo principio es válido para cualquier par de unos vertical u horizontalmente adyacentes. La figura 4−12(b) muestra un ejemplo de dos unos horizontalmente adyacentes. Estos se pueden agrupar y luego eliminar la variable C, ya que aparecen en forma no complementada y complementada para dar una resultante de *X = A' B.*

Otro ejemplo se da en la figura 4−12{c). En un mapa K los cuadrados de los renglones superior e inferior se consideran adyacentes. Asi, los dos unos en este mapa se pueden repetir para dar una resultante de *A'B'C' + AB'C' + B'C'.*

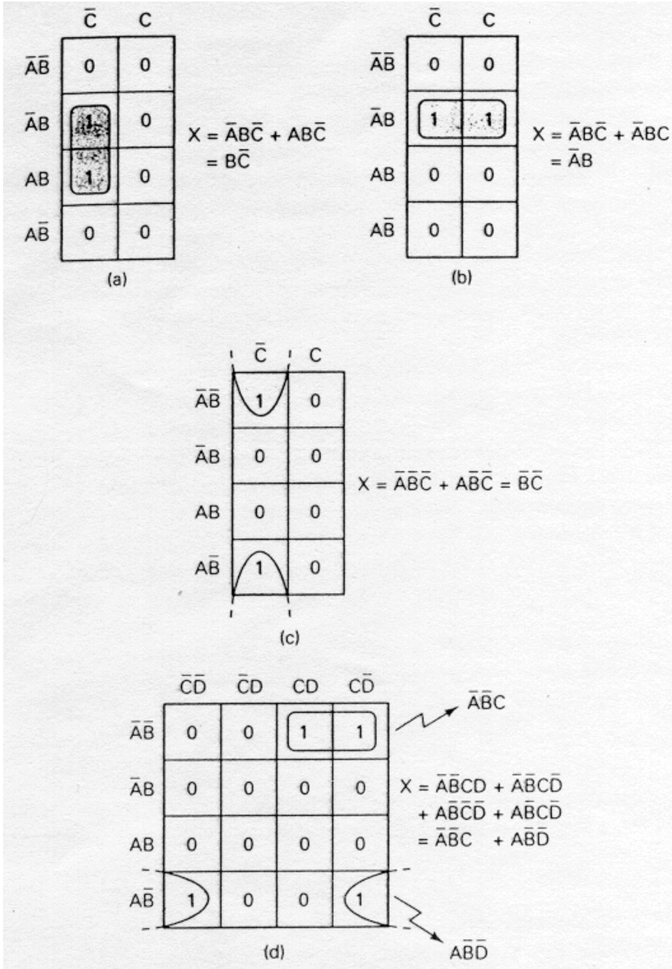


Figura 4-12 Ejemplos de repetición de pares de unos adyacentes.

La figura 4−12(d) muestra un mapa K que tiene dos pares de unos que se pueden agrupar. Los dos unos en el renglón superior son horizontalmente adyacentes. Los dos unos en el renglón inferior son, asimismo, adyacentes puesto que en un mapa K los cuadrados de las columnas de los extremos izquierdo y derecho se consideran adyacentes. Cuando se agrupa el par superior de unos, la variable *D* se elimina (ya que aparece como *D* y D'*)* para dar el término *A'B'C.* El agrupamiento del par inferior elimina la variable C para dar el término *AB'C'.* Estos dos términos se operan con OR a fin de obtener el resultado final para X.

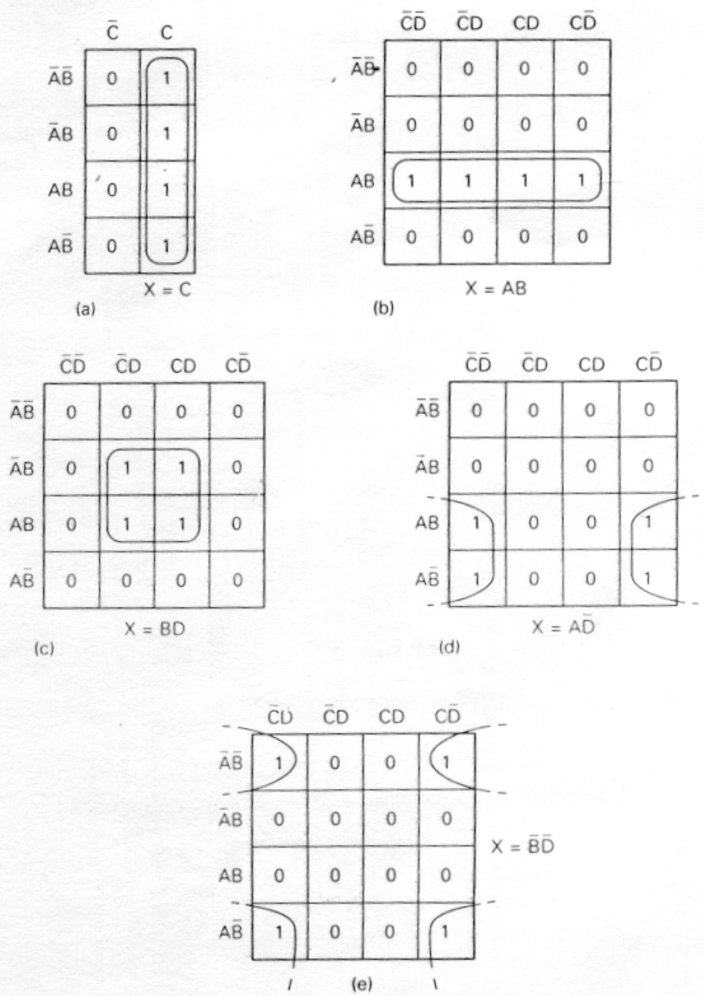
Para resumir lo anterior:

El agrupamiento de un par de unos adyacentes en un mapa K elimina la variable que aparece en forma complementada y no complementada.

Agrupamiento de grupos de cuatro (cuádruples) Un mapa K puede contener Un grupo de cuatro unos que sean adyacentes entre sí. Este grupo se denomina *cuádruple.* La figura 4−13 muestra varios ejemplos de cuádruples. En la parte (a) los cuatro unos son verticalmente adyacentes y en la parte (b) son horizontalmente adyacentes. El mapa K de la figura 4 − 13(c) contiene cuatro unos en un cuadrado y se consideran adyacentes entre sí. Los cuatro unos en la figura 4−13(d) también son adyacentes igual que los de la figura 4 − 13(e) ya que, como mencionamos anteriormente. los renglones superior e inferior y las columnas de los extremos izquierdo y derecho se consideran adyacentes entre sí.

Cuando se repite un cuádruple, el término resultante contiene sólo las variables que no cambian de forma para todos los cuadrados del cuádruple. Por ejemplo, en la figura 4 − 13(a) los cuatro cuadrados que contienen un uno son *A'B'C*, *A'BC*, *ABC y AB'C.* El análisis de estos términos revela que solamente la variable C permanece sin alterarse (A y *B* aparecen en forma complementada y no complementada). De este modo, la expresión resultante para X es simplemente X = C. Esto se puede demostrar de la siguiente manera:

Figura 4-13 Ejemplos de repetición de grupos de cuatro unos (cuádruples).



Para poner otro ejemplo, consideramos las figura 4 − 13(d), donde los cuatro cuadrados que contienen unos son *ABC'D'*, *A'B'C'D'*, *ABCD'*, *y AB'CD'*. El análisis de estos términos indica que sólo las variables *A* y *D'* permanecen sin cambios, así que la expresión simplificada para *X* es

X = AD

Esto se puede probar de la misma manera anteriormente utilizada.

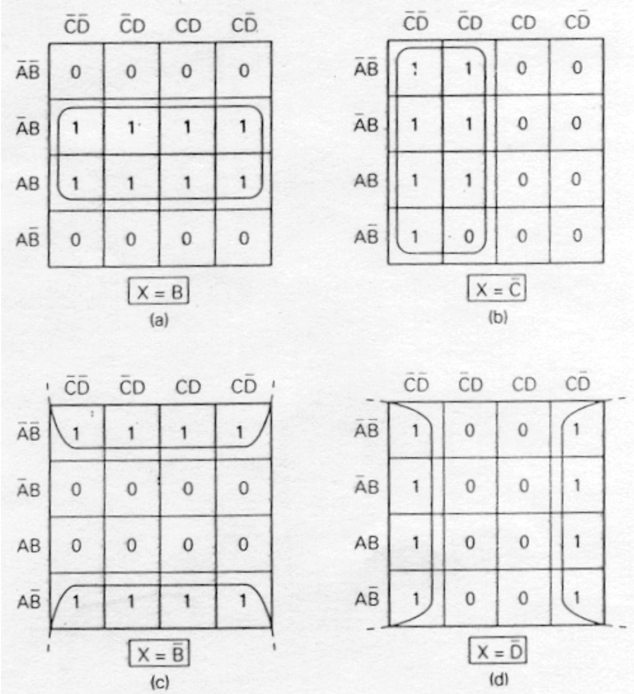
El lector debe verificar cada uno de los otros casos de la figura 4 −13 para comprobar que sean las expresiones indicadas para *X*. Para resumir:

El agrupamiento cuádruple de unos elimina las dos variables que aparecen

en la forma complementada y no complementada.

Agrupamiento de grupos en ocho (octetos) Un grupo de ocho unos que son adyacentes entre sí se denomina *octeto.* En **la** figura 4−14 se dan varios ejemplos de octetos. Cuando

Figura 4-14 Ejemplos de repetición de grupos de ocho unos (octetos).



porque solo una de ellas permanece inalterada. Por ejemplo, el análisis de los ocho cuadrados agrupados en la figura 14 −14(a) muestra que so1o la variable *B* está en la misma forma para los ocho cuadrados; las otras variables aparecen en forma complementada y no complementada. Así, para este mapa, $X = B$. El lector puede verificar los resultados de los otros ejemplos en la figura 4 − 14.

Para resumir:

El agrupamiento de un octeto de unos elimina las tres variables que aparecen en forma complementada y no complementada.

METODO DEL MAPA DE KARNUGH

1